

# Theoretische Informatik II

## 12. Übung

**Aufgabe 1** Seien  $L_1 = \{(01)^i \mid i \geq 1\}$  und  $L_2 = \{(011)^{2i} \mid i \geq 0\}$  Sprachen. Welche Sprachen beschreiben

- (a)  $L_1 \circ L_2$
- (b)  $L_1 \circ L_1$
- (c)  $L_1 \circ L_1 \circ L_2$
- (d)  $L_2 \circ L_2$
- (e)  $L_1^*$
- (f)  $L_2^*$
- (g)  $L_1^{Sp}$

**Aufgabe 2** Sei  $\Sigma$  ein endliches Alphabet. Zeigen Sie, dass die Klasse der regulären Mengen, die durch reguläre Ausdrücke aus  $REG(\Sigma)$  beschrieben werden, und die Klasse der regulären Sprachen über  $\Sigma$  identisch sind.

**Aufgabe 3** Gegeben sind  $m$  Klauseln über den Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , wobei jede Klausel genau zwei verschiedene Literale enthält, also nicht  $x$  und gleichzeitig  $\bar{x}$ . Keine Klausel tritt mehrfach auf.

- (a) Zeigen Sie: Sind alle Klauseln gleichzeitig erfüllbar, dann gilt  $m \leq 3 \cdot \binom{n}{2}$ .
- (b) Wie groß ist  $m$  maximal, wenn jede Klausel genau  $k$  paarweise verschiedene Literale enthält und alle Klauseln gleichzeitig erfüllt sind?

**Aufgabe 4** Zur Lösung einer KNAPSACK-Instanz von  $n$  Objekten mit den Nutzenwerten  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{N}$ , den Gewichtswerten  $g_1, \dots, g_n \in \mathbb{N}$  und dem Gewichtslimit  $G \in \mathbb{N}$  werden zunächst die Effizienzwerte  $\frac{a_i}{g_i}$  berechnet und sortiert, etwa  $\frac{a_1}{g_1} \geq \frac{a_2}{g_2} \geq \dots \geq \frac{a_n}{g_n}$ . Dann wird der Rucksack gemäß absteigender Effizienzwerte zulässig bepackt, um den Gesamtnutzen zu maximieren.

Ist die Güte dieses Verfahrens durch eine Konstante nach oben beschränkt?