FAKULTÄT FÜR INFORMATIK
PROFESSUR THEORETISCHE INFORMATIK
UND INFORMATIONSSICHERHEIT
PROF. DR. HANNO LEFMANN

SOMMERSEMESTER 2003

16. APRIL 2003

# Theoretische Informatik II

*2. Übung*

**Aufgabe 1** Beschreiben Sie eine deterministische Turingmaschine, die bei Eingabe einer beliebigen Binärzahl ausgehend von dieser jeweils um 1 zurückzählt, bis sie bei 0 angekommen ist und dann stoppt.

**Aufgabe 2** Zeigen Sie, dass $\mathbb{N}$ und das kartesische Produkt $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ gleichmächtig sind. (Zeigen Sie hierzu etwa, dass injektive Abbildungen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ sowie $g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ existieren.)

**Aufgabe 3** Welche der folgenden Behauptungen gelten für Sprachen $L, L_1, L_2 \subseteq \{0,1\}^*$ ?

(a) Ist $L$ rekursiv, dann ist auch das Komplement $\overline{L} = \{0,1\}^* \setminus L$ rekursiv.

(b) Sind $L_1$ und $L_2$ rekursiv, dann ist auch $L_1 \cap L_2$ rekursiv.

(c) Sind $L_1$ und $L_2$ rekursiv, dann ist auch $L_1 \cup L_2$ rekursiv.

**Aufgabe 4** Zeigen Sie, dass die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen nicht abzählbar ist. (Eine Vorgehensweise wäre anzunehmen, dass $\mathbb{R}$ abzählbar ist ($\mathbb{R} = \{r_0, r_1, ...\}$) und dieses zu einem Widerspruch zu führen.)