

Theoretische Informatik II

3. Übung

Aufgabe 1 Wir betrachten die folgenden Varianten des Traveling Salesman Problems:

TSP(1) Gegeben ist eine natürliche Zahl $B \in \mathbb{N}$. Gibt es eine Tour durch die n Städte, deren Kosten höchstens B sind (B ist binär gegeben!)? (Entscheidungsproblem)

TSP(2) Bestimme die Kosten einer billigsten Tour durch die n Städte. (quantitatives Optimierungsproblem)

TSP(3) Bestimme eine billigste Tour durch die n Städte. (qualitatives Optimierungsproblem)

Zeigen Sie, dass für $i, j = 1, 2, 3$ gilt:

Ist das Problem TSP(i) in Polynomialzeit lösbar, dann auch das Problem TSP(j).

Aufgabe 2 Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ Sprachen über einem endlichen Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass unter der Annahme, L_1 ist nicht rekursiv und L_1 ist reduzierbar auf L_2 , die Sprache L_2 nicht rekursiv ist.

Aufgabe 3 Wir betrachten das folgende Problem CLIQUE(10):

Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$. Enthält G eine Clique auf zehn Knoten?

Ist dieses Problem CLIQUE(10) deterministisch in Polynomialzeit lösbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 Wir betrachten die folgenden Varianten des KNAPSACK-Problems:

KS(1) Gibt es zu gegebenem Nutzenwert A eine Bepackung des Rucksacks, bei der das Gewichtslimit G eingehalten wird und ein Mindestnutzen von A erreicht wird? (Gibt es eine Teilmenge $I \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} g_i \leq G$ und mit $\sum_{i \in I} a_i \geq A$?)

KS(2) Bestimme den maximal erreichbaren Nutzen bei einer Bepackung des Rucksacks unter Einhaltung des Gewichtslimits G . (zulässige Bepackung)

KS(3) Bestimme eine optimale zulässige Bepackung des Rucksacks, bei der der maximal mögliche Nutzen erreicht wird.

Zeigen Sie, dass für $i, j = 1, 2, 3$ gilt:

Ist das KNAPSACK-Problem KS(i) in Polynomialzeit lösbar, dann auch das Problem KS(j).