Fakultät für Informatik
Professur Theoretische Informatik
und Informationssicherheit
Prof. Dr. Hanno Lefmann

Sommersemester 2003

30. April 2003

Theoretische Informatik II

4. Übung

Aufgabe 1 Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$ und man sucht eine bezüglich Inklusion maximale unabhängige Menge $I \subseteq V$, d.h. es gibt keine unabhängige Menge $I^* \subseteq V$ mit $I \subset I^*$ und $I \neq I^*$ (I ist nicht erweiterbar).

Ist dieses Problem in Polynomialzeit lösbar, ist es $\mathcal{NP}$-schwer oder $\mathcal{NP}$-vollständig?

Aufgabe 2 Gegeben sind Literale $x_1, \overline{x_1}, ..., x_n, \overline{x_n}$. Ein Monom ist eine Konjunktion einiger dieser Literale. Für eine Disjunktion von m solcher Monome $M_1, ..., M_m$ möchte man entscheiden, ob es eine Wahrheitsbelegung für die Variablen $x_1, ..., x_n$ gibt, so dass dieser Ausdruck wahr ist.

Beschreiben Sie einen polynomiellen (deterministischen) Algorithmus, der dieses Problem löst. Kann man dieses Problem nichtdeterministisch schneller lösen?

Aufgabe 3 Geben Sie, etwa unter Verwendung starker Zusammenhangskomponenten, einen deterministischen Polynomialzeitalgorithmus zur Lösung des Problems 2-SAT an.

Erinnerung:

Für einen gerichteten Graph $G = (V, E)$ heißt eine Teilmenge $V' \subseteq V$ starke Zusammenhangskomponente, wenn für jedes Knotenpaar $(v, w) \in V'^2$ Knoten w von Knoten v entlang gerichteter Kanten erreicht werden kann.

Hinweis:

Zur Eingabe für 2-SAT bilden Sie einen Graphen $G = (V, E)$ mit der Knotenmenge V, bestehen aus allen vorkommenden Literalen, und mit Kanten $(\overline{u}, v), (\overline{v}, u) \in E$ für jede Klausel $u \vee v$.

Aufgabe 4 Das Problem 4-SAT ist wie das Problem 3-SAT definiert, mit dem Unterschied, dass jede Klausel genau 4 Literale hat (z.B. $C_i = x_1 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_5}$), und man fragt, ob es eine Belegung der Variablen gibt, bei der jede Klausel erfüllt ist.

1. Zeigen Sie, dass das Problem 4-SAT $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

2. Angenommen, es gelte 4-SAT $\in \mathcal{P}$. In welcher Beziehung stehen dann die Klassen $\mathcal{P}$ und $\mathcal{NP}$?