Fakultät für Informatik
Professur Theoretische Informatik
und Informationssicherheit
Prof. Dr. Hanno Lefmann

Sommersemester 2003

7. Mai 2003

Theoretische Informatik II

5. Übung

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass das Problem Independent Set $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

Aufgabe 2 Das Problem Vertex Cover ist wie folgt definiert:

Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$. Gibt es eine Teilmenge $V' \subseteq V$ mit $|V'| \leq k$, so dass für jede Kante $\{v, w\} \in E$ gilt $V' \cap \{v, w\} \neq \emptyset$?

Geben Sie eine Reduktion Independent Set $\leq_p$ Vertex Cover an.

Aufgabe 3 Seien $L_1, L_2, ..., L_m$ mit $m \geq 3$ Sprachen über dem gleichen Alphabet Σ mit $L_1 \leq_p L_2 \leq_p ... \leq_p L_m$. Weiter sei L_2 $\mathcal{NP}$-vollständig und $L_1 \in \mathcal{NP}$.

Welche der Sprachen $L_1, L_2, ..., L_m$ sind nachweisbar $\mathcal{NP}$-vollständig?

Aufgabe 4 Das Problem Knapsack* (KS*) ist ein Spezialfall des Problems Knapsack (KS), wobei gilt $a_i = g_i$ für alle i und $A = G$. Die entsprechenden Nutzen- und Gewichtswerte sind also gleich.
Beim Problem Partition sind natürliche Zahlen $a_1, .., a_n \in \mathbb{N}$ gegeben. Man fragt sich, ob es eine Teilmenge $I \subseteq \{1, ..., n\}$ gibt, so dass gilt: $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i$.
(NB: Natürliche Zahlen sind in Binärdarstellung gegeben.)

1. Beweisen Sie eine der beiden folgenden Behauptungen: KS $\leq_p$ KS* oder KS* $\leq_p$ KS.

2. Zeigen Sie, dass KS* $\leq_p$ Partition gilt.