Fakultät für Informatik
Professur Theoretische Informatik
und Informationssicherheit
Prof. Dr. Hanno Lefmann

Sommersemester 2003

21. Mai 2003

Theoretische Informatik II

7. Übung

Aufgabe 1 Gegeben ist ein Graph $G = (V, E)$. Bei dem $\mathcal{NP}$-schweren Problem MaxCut sucht man eine Zerlegung $V = V_1 \cup V_2$ der Knotenmenge des Graphen, bei der die Anzahl Kanten, die zwischen den beiden Mengen V_1 und V_2 verlaufen, möglichst groß ist.

Geben Sie ein Polynomialzeitverfahren an, welches eine Zerlegung $V = V_1 \cup V_2$ liefert, so dass die Anzahl Kanten zwischen V_1 und V_2 garantiert maximal um den Faktor 2 vom optimalen Wert entfernt liegt (man bekommt mindestens die Hälfte der Kanten). Begründen Sie Ihre Vorgehensweise. Welche Laufzeit hat Ihr Verfahren?

Aufgabe 2 Sei $r \in \mathbb{N}$ eine positive ganze Zahl. Zeigen Sie, dass es unter der Annahme $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ keinen Polynomialzeitalgorithmus gibt, der in beliebigen Graphen G die Cliquenzahl $w(G)$, d.h. die Anzahl Knoten in einer größten Clique in G, bis auf den additiven Term r genau bestimmt.

Hinweis:
Nehmen Sie $(r + 1)$ Kopien des Graphen und verbinden Sie diese geeignet durch Kanten.

Aufgabe 3 Die Optimierungsvariante des Problems Bin Packing ist wie folgt definiert:

Verteile n Objekte mit Volumina $v_1, v_2, ..., v_n \leq 1$ auf möglichst wenige Behälter mit Fassungsvolumen jeweils 1.

Geben Sie einen Approximationsalgorithmus mit Güte maximal 2 an.

Aufgabe 4 Beim Problem 3-Coloring fragt man, ob ein gegebener Graph zulässig 3-färbbar ist. Dieses Problem ist als $\mathcal{NP}$-vollständig bekannt.

Zeigen Sie, dass für die Approximationsgüte des Problems Coloring gilt:

$$R(\text{Coloring}) \geq 4/3 \,.$$