

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 2. Semester

4., 5. Übung: Lineare Räume, Lineare Gleichungssysteme

1. Veranschaulichen Sie die Mengen $M = \{\vec{X} : \|\vec{X}\| \leq \epsilon > 0, \quad \vec{X} \in \mathbb{R}^n\}$, $n = 1, 2, 3$ für die unterschiedlichen Normen.

$$\begin{array}{rcl} x & + & 3y + 2z = -1 \\ 2. \quad 2x & - & y - z = 6 \\ 3x & + & 4y + 3z = 1 \end{array}$$

Lösen Sie das Gleichungssystem nach Gauß und nach der Cramerschen Regel!

Ein lineares Gleichungssystem mit 19 Variablen soll nach der Cramerschen Regel gelöst werden. Schätzen Sie die Anzahl der Multiplikationen / Divisionen sowie die Rechenzeit auf einem leistungsfähigen PC (500 Mio Multiplikationen / sec.) ab!

3. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme der Form $AX = b$ mittels Gauß-Algorithmus

$$\begin{array}{rcl} 3.1. \quad & x_1 & + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ & 2x_1 & + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ & -2x_1 & - 2x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -15 \\ & 3x_1 & - 4x_2 + x_3 + x_4 = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3.2. \quad & 7.3x_1 & - 5.2x_2 - 3.2x_3 + 0.7x_4 = 20.197 \\ & 2.8x_1 & + 8.6x_2 - 1.8x_3 + 2.9x_4 = -27.972 \\ & 0.3x_1 & - 2.1x_2 + 9.7x_3 + 1.6x_4 = 26.450 \\ & 0.9x_1 & - 3.8x_2 + 1.3x_3 - 8.4x_4 = 43.624 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3.3. \quad & x_1 & - x_2 + x_3 - x_6 = 0 \\ & x_1 & + x_2 - x_4 + x_5 = 0 \\ & & x_2 + x_3 + x_5 - x_6 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3.4. \quad & -2x_1 & - x_3 = 1 \\ & & x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ & 2x_1 & - x_2 - x_4 = 0 \\ & 4x_1 & - x_2 + x_3 - x_4 = -1 \end{array}$$

4. Berechnen Sie $\det(A)$ und die inverse Matrix A^{-1} zu Aufgabe 3.1

5. Bestimmen Sie die Schnittgebilde der Ebenen

$$\begin{array}{rcl} x & + & y - z = 2 \\ 2x & + & 2y - 2z = 4 \\ 2x & + & 2y - 2z = 5 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x & + & y - z = 0 \\ 2x & - & y + z = 0 \\ 4x & + & 2y - z = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & + & y - z = 0 \\ 2x & - & y + z = 0 \\ 4x & + & y - z = 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x & + & y - z = 2 \\ 2x & + & 2y - 2z = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x & + & y - z = 2 \\ 2x & - & y + z = 1 \\ 4x & + & 2y - z = 5 \\ 4x & + & 2y - z = 4 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x & + & y + z = 1 \\ 2x & - & y + z = 0 \\ 5x & - & y + 3z = 1 \\ x & - & 2y = -1 \end{array}$$