

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 2. Semester

6. Übung: Lineare Gleichungssysteme

1. Zeigen Sie, dass die Maximumsnorm (Summennorm) eines Vektors "verträglich" zur Zeilensummennorm (Spaltensummennorm) einer Matrix ist.
2. Entwickeln Sie den Formelsatz für eine LR -Zerlegung mit $A = L.R$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ l_{n1} & l_{n2} & l_{n3} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n-1} & r_{1n} \\ 0 & r_{22} & \cdots & r_{2n-1} & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & r_{nn} \end{pmatrix}$$

und lösen Sie damit das folgende Gleichungssystem ($c, d \in \mathbb{R}$)

$$\begin{array}{rrrrrrcl} x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 3 \\ x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 4 \\ 3x_1 & - & 4x_2 & + & 12x_3 & + & cx_4 & = & d \end{array}$$

3. Er ist doppelt so alt, wie sie alt war, als er so alt war, wie sie jetzt ist.
Zusammen sind beide 42 Jahre alt.
Berechnen Sie das jeweilige Alter.
4. Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

$$\begin{array}{lcl} x + y = 1 & x + y = 1 & x + y = 1 \\ 0.99x + y = 1 & 0.99x + y = 0.99 & x + y = 0.99 \end{array}$$

Geben Sie eine grafische Deutung der Resultate an.

Hausaufgabe (Abgabe in der folgenden Übung)

1. Im linearen Raum der Polynome maximal dritten Grades sei durch

$$\mathcal{A}(x(t)) = t \frac{dx(t)}{dt}$$

eine Abbildung des Π^3 in sich definiert.

- 1.1. Zeigen Sie, daß \mathcal{A} ein linearer Operator ist!
- 1.2. Bestimmen Sie dessen Matrixdarstellung in der Basis $\{1, t, t^2, t^3\}$.

2. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rrrrrrcl} 2x_1 & + & 5x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & = & 2 \\ 4x_1 & + & 6x_2 & + & 3x_3 & + & 5x_4 & = & 4 \\ 4x_1 & + & 14x_2 & + & x_3 & + & 7x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 3x_3 & + & \lambda x_4 & = & 7 \end{array}$$

mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus für beliebige reelle Zahlen λ .