

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 2. Semester

1. Übung: Vektoralgebra

1. Geben Sie für die Vektoren $a = 3i - 4j$, $b = 2i - 3j + k$ und $c = 8i - 4j + k$ die zugehörigen Einheitsvektoren an!
2. Kontrollieren Sie für die Vektoren a und b rechnerisch und zeichnerisch die Beziehungen
$$a + \frac{b-a}{2} = \frac{a+b}{2}; \quad a - \frac{a+b}{2} = \frac{a-b}{2}.$$
3. Gesucht ist der Winkel zwischen den Vektoren $a = (3; 4; -1)^T$ und $b = (7; 5; 2)^T$.
4. Von einem Parallelogramm seien die Diagonalen durch zwei Vektoren gegeben. Geben Sie die Vektoren an, die das Parallelogramm aufspannen!
5. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die drei aufeinanderfolgenden Eckpunkte eines Parallelogramms gegeben: $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; 1)$, $C(6; 4; 4)$. Bestimmen Sie den vierten Eckpunkt!
6. Gesucht ist ein Vektor in Richtung der Winkelhalbierenden des von den Vektoren a und b gebildeten Winkels.
7. Gesucht sind die Beträge von $d = -a + b + c$, $e = a + b - c$, $f = a - b + c$ wobei $a = (4; 5; -3)^T$, $b : b_x = -1, b_y = 8, b_z < 0, |b| = 9$, $c : a + b + c = 0$.
8. Gegeben seien die Vektoren $a = (2; -1; -2)^T$ und $b = (3; 0; 4)^T$. Bestimmen Sie den Winkel zwischen a und b und die Projektion von a auf b und von b auf a !
9. Es seien $|m| = 2\sqrt{2}$, $|n| = 4$ und $\angle(m, n) = 135^\circ$. Berechnen Sie $(m - n)^2$.
10. Beweisen Sie den Kosinussatz der ebenen Trigonometrie mit Hilfe der Vektorechnung!
11. Man berechne für die Vektoren $a = i$, $b = k$, $c = -i$ und $d = j$ folgende Produkte:
$$(a \times b) \cdot (c \times d) \quad [(a \times b) \times c] \cdot d \quad (a \times b) \times (c \times d) \quad [(a \times b) \times c] \times d$$
12. Vom Eckpunkt eines Quadrates ziehe man die Verbindungsgeraden zu den Mittelpunkten der Gegenseiten. Gesucht ist der Winkel zwischen den Geraden!
13. Gesucht ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit $A(7; 3; 4)$, $B(1; 0; 6)$ und $C(4; 5; -2)$.
14. Zerlegen Sie den Vektor $b = (1; -2; 2)^T$ bezüglich $a = (-1; 1; 0)^T$ in eine Parallelkomponente und eine Normalkomponente!
15. Vereinfachen Sie : $x = (a + b + c) \times c + (a + b + c) \times b + (b - c) \times a$.
16. Skizzieren Sie die Pyramide mit den Eckpunkten $O(0; 0; 0)$, $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$ und $C(1; 2; 4)$! Berechnen Sie das Volumen der Pyramide, den Flächeninhalt des Dreiecks ABC und die Höhe der Pyramide bezüglich des Dreiecks ABC als Grundfläche!
17. Zeigen Sie, daß die Punkte $A(2; -1; -2)$, $B(1; 2; 1)$ und $C(2; 3; 0)$ und $D(5; 0; -6)$ in einer Ebene liegen!