Fakultät für Mathematik
Prof. A. Meyer 12. April 2002

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 2. Semester

2. Übung / 1. Hausübung: Analytische Geometrie

1. Gesucht ist die Gleichung der Ebene in allgemeiner Form, die auf dem Vektor $n = (2; -1; 3)^T$ senkrecht steht und durch den Punkt $P_0(5; 3; -2)$ geht.
2. Es sei die Ebene E gegeben durch: $4x - 2y + 3z - 11 = 0$.
Gesucht ist die Gleichung der Parallelebene durch $P_0(1; 2; 1)$.
3. Gesucht ist die Gleichung der Ebene in allgemeiner Form, die durch die Punkte $P_0(1; -2; 7)$, $P_1(5; 3; 6)$ und $P_2(-2; -8; 1)$ geht.
4. Gegeben sind die Punkte $P(0; -1; 3)$ und $Q(1; 3; 5)$.
Gesucht ist die Gleichung der Ebene, die durch P geht und auf $\overrightarrow{PQ}$ senkrecht steht.
5. Gesucht ist die Gleichung der Ebene in allgemeiner Form, die parallel zur x-Achse verläuft und durch $P_1(0; 1; 3)$ und $P_2(2; 4; 5)$ geht.
6. Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Ebenen
$E_1 : x - 2y + 2z - 8 = 0$ und $E_2 : x + z - 6 = 0$.
7. Gesucht ist die Gleichung der Ebene, die auf den Ebenen $E_1 : 2x + y - 3z - 4 = 0$ und $E_2 : 5x + 5y - 7z + 11 = 0$ senkrecht steht und durch den Punkt $P_0(2; 4; -1)$ geht.
8. Gegeben sind die Ebene $E_1 : 2x + y - 3z - 11 = 0$ und die Punkte $P_1(2; 1; 1)$ und $P_2(4; -1; 6)$. Stellen Sie die Gleichung der Ebene E_2 auf, die senkrecht auf E_1 steht und durch P_1 und P_2 geht.
9. Gesucht ist die Parameterform der Geraden durch $A(-1; 2; 3)$ und $B(2; 6; -2)$.
10. Gesucht ist der Winkel zwischen den Geraden g_1 und g_2:
$g_1 : x = (-1; 1; 0)^T + \lambda(2; -2; 1)^T, \qquad g_2 : x = \mu(1; -1; -1)^T.$
11. Gesucht ist der Schnittpunkt S
der Ebene $E : x - y + 3z = -2$ mit der Geraden $g : x = (2; -4; 1)^T + \lambda(2; 2; -1)^T$.
12. Gesucht ist der Winkel ρ zwischen
der Ebene $E : 2x - y - 4z = 1$ und der Geraden $g : x = (1; -3; 2)^T + \lambda(2; 2; -1)^T$.
13. Liegen die Punkte $A(1; 2; 1)$, $B(-1; 1; 2)$ und $C(5; 4; -2)$ auf einer Geraden?
14. Gesucht ist die Gerade g,
die die z-Achse senkrecht schneidet und durch den Punkt $P_0(1; -1; 1)$ geht.
15. Gesucht ist die Gerade g durch $P_0(1; 0; -2)$, die parallel zur Schnittgeraden der Ebenen $E_1 : -2x - y + 3z = -4$ und $E_2 : 3x + 2y - 5z = 7$ verläuft.
16. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden g_1 und g_2 aus Aufgabe 10!
17. Gesucht ist der Schnittpunkt S
der Geraden g: $x = (-1; 2; 1)^T + \lambda(2; 1; -1)^T$ mit der Ebene $E : 3x - 2y + z = 3$.

18. Gegeben seien die Punkte $P(1;1;-1)$, $Q(0;1;1)$ und die Ebene $E: x - y + 2z = 1$.
Bestimmen Sie

   18.1. die Spurpunkte der Geraden g durch P und Q;

   18.2. die Geraden h durch P, die parallel zur gegebenen Ebene verlaufen;

   18.3. die Ebene E_1, die die Gerade g enthält und parallel zur z-Achse ist.

19. Gegeben sind die beiden Ebenen
$E_1 : x = j + \lambda_1(i + j) + \mu_1(j + k), \qquad E_2 : x = i + \lambda_2 j + \mu_2(i + k).$
Gesucht sind:

   19.1. die Schnittgerade von E_1 und E_2,

   19.2. der Winkel ϕ zwischen E_1 und E_2,

   19.3. $P_2(3;-2;2)$, $Q_2(1;0;0)$ seien Punkte in E_2, $a = (-1;2;1)^T$ ist ein Vektor in der Richtung eines Bündels paralleler Lichtstrahlen. Welchen Schatten P_1Q_1 wirft P_2Q_2 in E_1?
   Wie lang ist dieser Schatten?

20. Gegeben: $P(5;-2;8)$, $E : 3x - 4y + 5z + 37 = 0$.
Gesucht: Gleichung des Lotes von P auf E, und Lotfußpunkt F.

21. Gegeben: $A(3;14;-6), \qquad E : 4x - 2y + 3z = -5.$
Gesucht: Abstand d des Punktes A von E.

22. Gegeben: $B(0;2;0), \qquad g : x = (1;2;3)^T + \lambda(0;1;2)^T.$
Gesucht: Abstand d des Punktes B von der Geraden g.

23. Gegeben: $E_1 : 2x + 4y - 4z - 20 = 0, \qquad E_2 : -x - 2y + 2z - 4 = 0.$
Gesucht: Schnittgerade oder Abstand der beiden Ebenen, (falls sie parallel sind).

24. Gegeben: $g_1 : x = (2;-3;4)^T + \lambda(3;-4;12)^T, \qquad g_2 : x = (1;5;-3)^T + \mu(4;0;3)^T.$
Gesucht: Abstand beider Geraden $d = \overline{g_1 g_2}$.

25. $A(3;-1;-2)$, $B(4;2;9)$ und $C(-2;5;6)$ seien Eckpunkte der Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $S(5;8;1)$. Die Höhe der Pyramide soll von S aus abgetragen werden.
Gesucht ist der Fußpunkt F der Höhe.

26. Gegeben: $g_1 : x = (3;5;2)^T + \lambda(1;3;0)^T, \qquad g_2 : x = (7;1;-4)^T + \mu(2;1;-1)^T,$
$P(2;0;3)$.
Gesucht: Gerade durch P, die g_1 und g_2 schneidet.

27. Gegeben: $E : x = (-1,3;4)^T + \lambda(1;1;0)^T + \mu(8;7;1)^T,$
$A(-3;5;6)$.
Gesucht: Gerade g, die parallel zu E verläuft, die z-Achse schneidet und durch den Spiegelpunkt A' von A an E geht.

28. Für welche reellen Werte von z hat das durch die Vektoren
$a = i + 2j - k,\ b = 2i + 3j + zk,\ c = -3i - j + 3k$
aufgespannte Spat das Volumen 40?

Hausübung: Aufgaben 4, 8, 12, 15, 20, 22, 25.
Abgabe: 02.05.2002