

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 2. Semester

9., 10. Übung: Hauptachsentransformationen

1. Sind die folgenden Matrizen M_i über \mathbb{R} diagonalisierbar?
Bestimmen Sie die Eigenwerte und Basen der zugehörigen Eigenräume!
Bestimmen Sie gegebenenfalls eine Matrix P , so daß $P^{-1}M_iP$ eine Diagonalmatrix ist!

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}, \quad M_3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_4 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$M_5 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Konstruieren Sie ausgehend von $y = x^2$ die Gleichungen der folgenden Parabeln:
1. gedreht um π ,
 2. gedreht um $\pi/4$,
 3. verschoben um $x = -1, y = -2$ und gedreht um $7\pi/4$.

3. Welche Kurven 2. Ordnung werden durch folgende Gleichungen beschrieben?
Skizzieren Sie die Kurven!

3.1. $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$

3.2. $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$

3.3. $x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 2y - 1 = 0$

3.4. $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y - 7 = 0$

3.5. $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

3.6. $x^2 + 4xy + 4y^2 - 20x + 10y - 50 = 0$

3.7. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 8x + 14y + 15 = 0$

3.8. $x^2 - 4xy + 4y^2 - 6x + 12y + 8 = 0$

3.9. $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$

4. $z = xy, \quad z^2 = xy.$

Charakterisieren Sie diese Flächen 2. Ordnung!

Überprüfen Sie Ihre Angaben, indem Sie Schnittkurven mit den Koordinatenebenen und dazu parallelen Ebenen bestimmen.

5. Bestimmen Sie die Normalform der Flächen 2. Ordnung und die zugehörigen Transformationsvorschriften!

5.1. $6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz - 9 = 0$

5.2. $2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz + 12x - 8y + 8z + 6 = 0$

5.3. $4x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xz - 4yz + 6x + 4y + 8z + 2 = 0$

5.4. $y^2 - z^2 + 4xy - 4xz - 6x + 4y + 2z + 7 = 0$