Fakultät für Mathematik
Prof. A. Meyer

28. November 2001

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 1. Semester

8. Übung: Elementare Funktionen

1. Skizzieren Sie die Funktionen

   $$y = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 1}, \qquad y = \frac{x^4 - x^3 + x - 1}{x^3 - x^2}$$

   nachdem Sie diese auf Nullstellen, Polstellen, hebbare Unstetigkeiten untersucht haben!
   Bestimmen Sie jeweils die Gleichung der Asymptote!

2. Mit Hilfe einfacher Kurventransformationen zeichnen Sie jeweils in ein Koordinatensystem:

   2.1. $y = e^x,\ y = 2e^x,\ y = e^{x+\ln 2},\ y = 2e^{-x} + 1,$
   2.2. $y = \ln x,\ y = 4 - \ln 3(x-2),\ y = \ln|x|,\ y = |\ln x|,$
   2.3. $y = x^2,\ y = x^2 + 2x - 1,\ y = |x^2 + 2x - 1|,\ y = 2 - \sqrt{x-1},$
   2.4. $y = \cos x,\ y = 1 + \cos 2x,\ y = \cos(x + \frac{\pi}{2}).$

   Bilden Sie, gegebenenfalls nur zu Teilbereichen, die inversen Funktionen!

3. Beweisen Sie u.a. mit Hilfe der Additionstheoreme
   ($\sin(x+y) = ...$ und ($\cos(x+y) = ...$):

   $$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x},$$

   $$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y},$$

   $$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x, \quad \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x.$$

4. Lösen Sie (grafisch) die Gleichungen

   $$x^3 - 5x + 1 = 0, \quad x^2 - 2 - \ln x = 0,$$

   $$\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3 = 0.$$

5. Beweisen Sie für die Hyperbelfunktionen:
   $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1,$
   $\cosh(x+y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y.$