
Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 1. Semester

9. Übung: Relationen

1. $M = \{1, 2, 3\}$

Welche Eigenschaften haben folgende Relationen?

1.1. $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (3, 1)\}$

1.2. $R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1)\}$

1.3. $R = \{(1, 1)\}$

2. Welche Eigenschaften haben folgende Relationen?

2.1. M : Menge der Geraden einer Ebene,

$$R_1 = \{(g_1, g_2) : g_1 \parallel g_2\}$$

$$R_2 = \{(g_1, g_2) : g_1 \perp g_2\}$$

2.2. $R = \{(a, b) : a \mid b \wedge a, b \in \mathbb{N}\}$

2.3. $R = \{(a, b) : ab \geq 0 \wedge a, b \in \mathbb{R}\}$

3. Sind folgende Relationen Äquivalenzrelationen?

3.1. $R = \{(m, n) : m + n = 2k; \quad m, n \in \{1, 2, \dots, 10\}; \quad k \in \mathbb{N}\}$

3.2. $R = \{(m, n) : m/n = 2k; \quad m, n \in \{1, 2, \dots, 10\}; \quad k \in \mathbb{N}\}$

3.3. $R = \{(m, n) : m/n = 2^k; \quad m, n \in \{1, 2, \dots, 10\}; \quad k \in \mathbb{Z}\}$

3.4. $R = \{(m, n) : m/n = 2^k; \quad m, n \in \{1, 2, \dots, 10\}; \quad k \in \mathbb{N}_0\}$

Geben Sie für die Äquivalenzrelationen die Äquivalenzklassen an!

4. $M = \mathbb{R}^2 = \{P = (x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$

4.1. $R = \{(P_1, P_2) \in M^2 : y_1 - y_2 = x_1 - x_2\}$

4.2. $R = \{(P_1, P_2) \in M^2 : y_1 x_2 = y_2 x_1\}$

4.3. $M = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}, \quad R = \{(P_1, P_2) \in M^2 : y_1 x_2 = y_2 x_1\}$

Geben Sie für die Äquivalenzrelationen die Äquivalenzklassen und ein Repräsentantensystem an!

5. $M = \{x_i \in \mathbb{N} : x_i = 10a_i + b_i, a_i, b_i \in \{0, \dots, 9\}\}$

$$R = \{(x_1, x_2) \in M \times M : a_1 + b_1 = a_2 + b_2\}$$

Zeigen Sie, daß R eine Äquivalenzrelation ist!

Geben Sie die Äquivalenzklasse M_{18} und ein Repräsentantensystem an!