
Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 1. Semester

10. Übung: Ordnungsrelationen

1. Sind folgende Relationen Ordnungsrelationen?

1.1. $M = \{1, 2, 3\}$

1.1.1. $R = \{(1, 1), (3, 3), (1, 2)\}$

1.1.2. $R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (3, 3), (2, 1)\}$

1.1.3. $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 1)\}$

1.1.4. $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2), (3, 3), (2, 1), (3, 1)\}$

1.2. $M = \mathbb{N}$

1.2.1. $m \prec n \iff m/n \in \mathbb{N}$

1.2.2. $m \prec n \iff |m - 10| \leq |n - 10|$

1.3. $M = \mathbb{R}^2$

1.3.1. $R = \{(P_1, P_2) \in M^2 : x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2\}$

1.3.2. $R = \{(P_1, P_2) \in M^2 : x_1 + y_1 \leq x_2 + y_2\}$

2. R_1 und R_2 seien teilweise Ordnungsrelationen über M .

Sind $R_1 \cup R_2$ und $R_1 \cap R_2$ wieder Ordnungsrelationen?

3. $M = \mathbb{N}$

$m \prec n \iff m \text{ teilt } n, \quad T = \{m, n\} \subset M$

Geben Sie das kleinste, größte, minimale, maximale Element von M sowie die Schranken von T an.

4. $M = \mathbb{N}_{10} = \{1, 2, \dots, 10\}$

$m \prec n \iff m/n = 2^k, k \in \mathbb{N}_0$

Geben Sie alle Ketten der Ordnungsrelation und die Schranken für \mathbb{N}_{10} in \mathbb{N} an.

5. $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Geben Sie den Graph und extremale Elemente für folgende Ordnungsrelationen an.

5.1. $R = \{(a, b) : b = k \cdot a, k \in \mathbb{N}\}$

5.2. $R = \{(k, k) : k = 1, \dots, 5\} \cup \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 4), (3, 4)\}$

5.3. $R = \{(k, k) : k = 1, \dots, 5\} \cup \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 5)\}$

6. $M = \{P(x, y) : x, y \in \{0, 1, 2\}\}$

$M \times M \supset R = \{(P_1, P_2) : x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2\} \quad T = \{P(x, y) \in M : 3x + y \leq 3\}$

Geben Sie den Graph von R und extremale Elemente von T an!