

Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 1. Semester

3. Übung: Matrizen

1. Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad G = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 4 & 4 & -6 \\ -1 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1.1. Berechnen Sie:

$$A+B, B-3A, A \cdot C, A^T \cdot B, C \cdot A, E \cdot F, F \cdot E, (A \cdot C) \cdot F, A \cdot (C \cdot F), D^3, H^2.$$

1.2. Welche weiteren Matrizenprodukte sind möglich?

1.3. Für welche Matrizen X gilt $X \cdot H = H \cdot X$?

1.4. Zerlegen Sie G als $G^+ + G^- = G$, die Summe einer symmetrischen und einer schiefsymmetrischen Matrix!

1.5. Geben Sie den Algorithmus zur Multiplikation zweier Matrizen $A \cdot B$ mit $A(m, n), B(n, p)$ an!

2. $e_i = (0 \dots 0 1 0 \dots 0)^T$ sei die i -te Spalte von I .

Geben Sie an: $e_i^T \cdot A$, $A \cdot e_j$, $e_i^T \cdot A \cdot e_j$.

3. Beschreiben Sie die Transformation eines kartesischen Koordinatensystems auf einen VGA-Bildschirm in Matrizenschreibweise!

4. Bestimmen Sie alle orthogonalen Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ der Form

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} & x \\ y & z \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad B = \begin{pmatrix} x & \frac{7}{25} \\ y & z \end{pmatrix}.$$

5. Stellen Sie eine orthogonale und symmetrische Matrix P vom Typ $(3, 3)$ auf, die $u = \frac{1}{3}(?, 2, 2)$ bzw. $v = \frac{1}{3}(-2, 1, ?)$ als 1. Zeile enthält.