
Übungen Grundkurs Mathematik für Informatiker 1. Semester

1. Übung: Komplexe Zahlen

1. $z_1 = 2 - 2i; \quad z_2 = 1 + i\sqrt{3}; \quad z_3 = i.$

Berechnen Sie:

$$z_3^n; \quad z_1 + z_2; \quad z_1 - z_2; \quad z_1 z_2; \quad \frac{z_1}{z_2}; \quad \overline{z_1} + z_1; \quad z_2 \overline{z_2};$$

$$|z_1|z_2; \quad |z_1 z_2|; \quad z_1^3; \quad z_1^{-1}; \quad z_2^{-3};$$

$$\frac{z_2}{2 + z_2^{-1}}; \quad \frac{1 + z_3^{-1}}{1 - z_3^{-3}}; \quad \frac{(1 + i)^n}{(1 - i)^{n+2}}.$$

2. $z_1 = 3; \quad z_2 = -2; \quad z_3 = 3i; \quad z_4 = -5i; \quad z_5 = 1 - i\sqrt{3};$

$$z_6 = -1 + i\sqrt{3}; \quad z_7 = \overline{z_6}; \quad z_8 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2};$$

$$z_9 = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}; \quad z_{10} = 1 - i.$$

2.1. Zeichnen Sie die Zahlen in die Gauß'sche Zahlenebene ein und geben Sie jeweils die trigonometrischen Formen sowie die Exponentialformen an!

2.2. Berechnen Sie folgende Ausdrücke über die trigonometrische Form bzw. Exponentialform und geben Sie das Ergebnis in algebraischer Darstellung an!

$$z_6 z_8; \quad \frac{z_8}{z_6}; \quad z_{10}^{10}.$$

3. Skizzieren Sie die Punktmengen in der Gauß'schen Zahlenebene!

3.1. $|z - z_0| \leq R; \quad \operatorname{Re}(z) \geq 1; \quad \operatorname{Im}(z) \geq -1 \quad \operatorname{Re}(z^2) = 1;$

3.2. $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| \leq 1; \quad \left| \frac{z-z_1}{z-z_2} \right| = 1; \quad \left| \frac{z}{z+1} \right| = 2.$