

7. Übung Kombinatorische Schaltungen

Inhalt: Schaltungssynthese

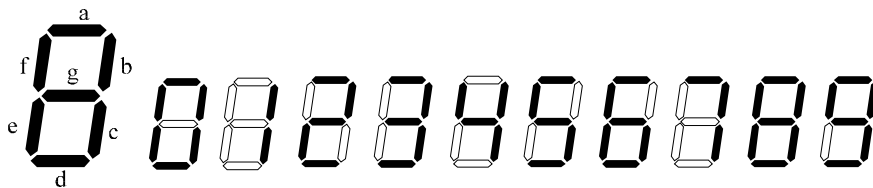
1. Aufgabe

Entwickeln Sie eine Schaltung für die Addition von n-stelligen BCD-Zahlen. Die Basis bildet eine Schaltung zur Addition von Dezimalzahlen im BCD-Code. Sie schließt eine Korrekturschaltung ein.

- a) Entwerfen Sie die Korrekturschaltung unter Verwendung von NOT-, AND, OR-Gattern.
- b) Stellen Sie die Schaltung für die Addition von zwei Dezimalziffern graphisch dar.
- c) Stellen Sie die Schaltung für die Addition n-stelliger Dezimalziffern graphisch dar.

2. Aufgabe

Entwerfen Sie eine Dekodierschaltung für Ziffern im BCD-Code für eine 7-Segmentanzeige mit NAND-Gattern.



3. Aufgabe

Die Ziffern des Oktalzahlsystems liegen binär codiert in der Form $(e_3 e_2 e_1 e_0)$ vor. Dabei wird eine Ziffer jeweils durch eine ungerade Anzahl von "1" dargestellt (s. Tabelle).

Entwerfen Sie ein Schaltnetz, das binär codierte Oktalziffern in ein Ternärsystem (Basis 3) umwandelt. Die Ternärziffern sollen binär dargestellt werden.

Oktalzahl	Kodierung	Ternärzahl	Kodierung
0	$e_3 \ e_2 \ e_1 \ e_0$	$t_1 \ t_0$	$a_3 \ a_2 \ a_1 \ a_0$
0	1 0 0 0		
1	0 0 0 1		
2	1 0 1 1		
3	0 0 1 0		
4	0 1 0 0		
5	1 1 0 1		
6	0 1 1 1		
7	1 1 1 0		

- a) Vervollständigen Sie die Tabelle
- b) Tragen Sie die Elementarkombinationen der Schaltfunktion $a_i = f_i(e_3, e_2, e_1, e_0)$, $i = 0..3$ in ein Karnaugh-Diagramm ein.

- c) Minimieren Sie die Schaltfunktionen a_i unter Berücksichtigung der redundanten Terme.
- d) Geben Sie eine zweistufige Schaltfunktion a_i mit AND- und ODER-Gattern an.

4. Aufgabe

Zwei Oktalziffern sollen als dreistellige Dualzahlen addiert werden. Bestimmen Sie die Funktion, nach der ein Übertrag in das nächste Oktalziffern paar gebildet werden muß. Minimieren Sie die Funktion mit einem Karnaugh-Diagramm und geben Sie eine disjunktive Form an.

5. Aufgabe

Eine Schaltung mit vier Eingängen e_0, e_1, f_0 und f_1 und vier Ausgängen a_0, a_1, a_2 und a_3 soll das Produkt der zwei zweistelligen Dualzahlen $e = (e_0 e_1)$ und $f = (f_0 f_1)$ bilden und das Ergebnis als vierstellige Dualzahl $a = (a_0 a_1 a_2 a_3)$ liefern. Bestimmen Sie die minimierten Funktionen

$$a_i = g_i(e_0, e_1, f_0, f_1) \text{ für } i = 0, 1, 2, 3$$

6. Aufgabe

- a) Die Funktion $f: \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$ mit $f(s_0, \dots, s_4) = s_0 s_3 + s_1 s_4 + s_0 s_2 s_4 + s_1 s_2 s_3$ soll mit zweistelligen Konjunktions- und Disjunktionsgattern realisiert werden. Wieviele Gatter benötigen Sie? Zeichnen Sie die entworfene Schaltung.
- b) Sie haben zur Realisierung der Funktion f einfache Schalter, wobei jeder Schalter mit einer Steuerleitung s_i geschaltet werden kann und dabei eine Signalleitung $x = 1$ schaltet (also ein einfacher Ein/Aus-Schalter). Sie können die Schaltereingänge und -ausgänge beliebig miteinander verbinden. Wieviele Schalter benötigen Sie zur Realisierung der Funktion f ? Zeichnen Sie die entworfene Schaltung.

7. Aufgabe

- a) Entwerfen Sie eine 4-stellige-Addierschaltung für Dualziffern aus NOR-Gattern, die 2 Eingänge besitzen. Der Addierer berücksichtige kein initiales Überlaufbit und besitze die Eingänge $x_3 \dots x_0$ und $y_3 \dots y_0$ für die Operanden und die Ausgänge $z_3 \dots z_0$ sowie eine Überlaufsanzeige c_4 für das Ergebnis.
- b) Wie müssen Sie die Schaltung verändern, wenn nicht die Addition $z = x + y$, sondern die Subtraktion
- $$z = x - y \quad (\text{falls } x > y)$$
- $$z = 0 \quad (\text{sonst})$$
- ausgeführt werden soll.

8. Aufgabe

Eine vierstellige Bitkombination $(e_3 e_2 e_1 e_0)$ wird als Dualzahl interpretiert.

- Die Funktion $f(e_3 e_2 e_1 e_0)$ ist für gerade einstellige Dezimalzahlen erfüllt und für ungerade einstellige Dezimalzahlen nicht erfüllt.
 - Die Funktion $g(e_3 e_2 e_1 e_0)$ ist für Primzahlen erfüllt und für die Zahlen 0, 4, 8, 12, 15 nicht erfüllt (alle anderen Kombinationen sind irrelevant).
- a) Stellen Sie die Funktionstabellen für f und g auf
- b) Zeichnen Sie die dazugehörigen Karnaughdiagramme.
- c) Geben Sie jeweils eine minimale disjunktive und minimale konjunktive Form an.

9. Aufgabe

Entwickeln Sie eine Schaltung zur Verknüpfung von zwei n-stelligen Dualzahlen A, B ($n > 1$), umschaltbar für die Operationen Addition, Subtraktion, $A+1$, $A-1$, mit NOT-, AND-, OR- Gattern.

10. Aufgabe

Es seien $x = (x_{n-1}, \dots, x_0)$ und $y = (y_{n-1}, \dots, y_0)$ zwei n-stellige Dualzahlen ($n \in \mathbb{N}$), s_i bezeichne die i-te Ziffer der Summe ($i = 0, \dots, n-1$) und \ddot{u}_j den Übertrag auf die j-te Stelle ($j = 1, \dots, n$)

- Entwickeln Sie das Karnaugh-Diagramm für die Funktion s_i eines Volladdierers
- Entwerfen Sie ein Schaltnetz für einen Volladdierer unter Verwendung der Funktionen

$$\begin{aligned} s_0 &= (x_0 \oplus y_0) \\ s_i &= (x_i \oplus y_i \oplus \ddot{u}_i) & i = 1, \dots, n-1 \\ \ddot{u}_1 &= x_0 \wedge y_0 \\ \ddot{u}_{i+1} &= (x_i \wedge y_i) \vee (y_i \wedge \ddot{u}_i) \vee (x_i \wedge \ddot{u}_i) & i = 1, \dots, n-1 \end{aligned}$$

und der Schaltelemente für "und", "oder" und "Antivalenz".

11. Aufgabe

Um das gleichzeitige Benutzen von Streckenabschnitten einer Gleisanlage zu verhindern, muß in einem Gleisstellwerk eine Warneinrichtung ausgelöst werden, wenn von vier Signalen

- das 1., 2. und 3. "freie Fahrt" und das 4. "gesperrt",
- das 1. und 2. "freie Fahrt" und das 3. und 4. "gesperrt",
- das 1. und 4. "freie Fahrt" und das 2. und 3. "gesperrt",
- das 2. und 4. "freie Fahrt" und das 1. und 3. "gesperrt" anzeigen.

Die Signale heißen a, b, c und d. (a=1 bedeutet Signal steht auf "freie Fahrt").

- Stellen Sie eine Funktion y auf, die genau dann den Wert 1 annimmt, wenn die Warneinrichtung ausgelöst werden soll.
- Entwerfen Sie für diese Funktion ein Schaltnetz, das ausschließlich aus NAND-Schaltgliedern besteht.

12. Aufgabe

Entwickeln Sie mit NOR-Gattern eine Schaltung zur parallelen Komplementierung von Dezimalziffern in BCD-Kode-Darstellung in das 9er-Komplement.

13. Aufgabe

3 Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &= (\bar{a} \vee \bar{c}) \wedge (a \vee b \vee d) \wedge (\bar{b} \vee c \vee d) \\ f_2 &= \bar{a} b \vee a \bar{b} c \vee a \bar{c} \bar{d} \vee \bar{b} \bar{c} \bar{d} \vee a b c d \\ f_3 &= a \bar{b} \vee a c d \vee \bar{a} b \bar{c} \vee \bar{b} c d \vee \bar{a} b d \end{aligned}$$

sollen in einem gemeinsamen Schaltnetz realisiert werden. Als Bausteine stehen zur Verfügung: 8 AND-Gatter mit je 3 Eingängen, 3 OR mit je 3 Eingängen und 1 OR mit 4 Eingängen.

Geben Sie als Lösung die 3 Ausdrücke an.

Zusätzliche Aufgaben

14. Aufgabe

Eine Schaltung zur Verknüpfung von zwei n-stelligen Dualzahlen X, Y soll folgende Operationen realisieren :

$X+Y$, $X-Y$, $X+1$, $X-1$, NOT X, $X \text{ AND } Y$, $X \text{ NAND } Y$, $X \text{ NOR } Y$

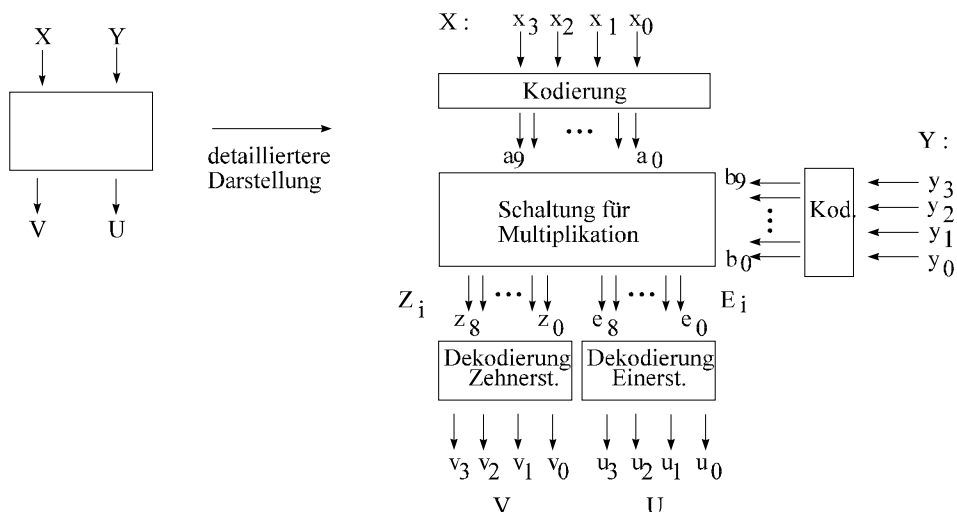
Die Operationen werden durch die Binärvariablen o_2 , o_1 , o_0 verschlüsselt.

- Entwerfen Sie die Schaltung zur Realisierung der Operationen für eine Binärstelle unter Verwendung von NAND-Gattern. Die Gatter besitzen max. drei Eingänge.
- Zeichnen Sie das Blockschaltbild der Schaltung für n Stellen.

15. Aufgabe

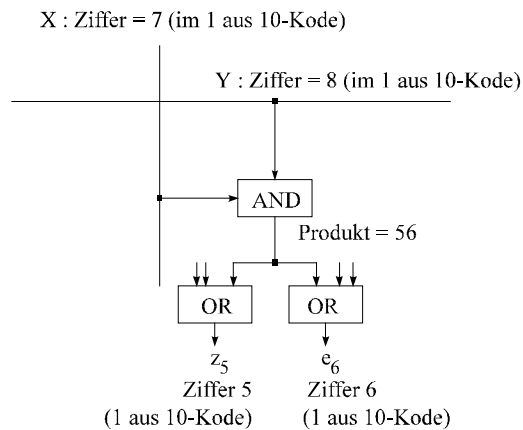
Schnelle Schaltungen zur Multiplikation von BCD-Zahlen führen die Multiplikationsoperation von BCD-Ziffern X, Y mit einem Schaltnetz durch, das die zu verknüpfenden Ziffern im 1 aus 10-Kode aufnimmt und das zweistellige Resultat im 1 aus 10-Kode liefert. Dazu ist eine Umwandlung der BCD-Ziffern in den 1 aus 10-Kode bzw. Umwandlung des Ergebnisses aus dem 1 aus 10-Kode in den BCD-Kode erforderlich. Die Ergebnisse der Operationen liegen bei der Multiplikation im Zahlenbereich 0..81.

$x, y, u \in \{0, \dots, 9\}$
 $v \in \{0, \dots, 8\}$



- Entwerfen Sie ein Schaltnetz für die Multiplikation von zwei Dezimalziffern unter Verwendung von AND- und OR-Gattern.
- Entwerfen Sie die Kodier- bzw. Dekodierschaltung in Form minimalisierter disjunktiver Normalformen.

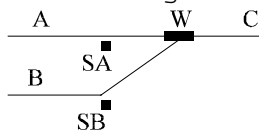
Hinweis : Die Multiplikation von zwei Dezimalziffern erfolgt nach folgendem Prinzip :



16. Aufgabe

Modelleisenbahn I

Bei einer Modelleisenbahn führen zwei Gleisabschnitte A und B über eine Weiche W auf einen Gleisabschnitt C. Das Überfahren der Weiche wird durch Rot/Grün-Signale SA bzw. SB auf den Gleisabschnitten A bzw. B gesteuert. Die Gleise werden nur in einer Richtung befahren (von A nach C bzw. von B nach C). Die Signale SA und SB sind beide "Rot", wenn Gleisabschnitt C belegt ist. Die Anforderung auf Signalumschaltung "Grün" entsteht durch eine Gleisbesetztmeldung. Umschalten auf "Grün" erfolgt, wenn der Gleisabschnitt belegt ist, das Nachbargleis nicht belegt ist und auch der nächste Gleisabschnitt C frei ist. Sind beide Gleisabschnitte A und B belegt, hat der Zug auf A Vorrang.



Legen Sie die Eingangs- und Ausgangsgrößen des zugehörigen Steuersystems fest. Entwerfen Sie eine Schaltung unter Verwendung von NOR-Gattern

- als Kombinatorische Schaltung,
- als zustandsorientierte Realisierung mittels Automatentheorie.

17. Aufgabe

Ein Signal des 1 aus 10-Kodes soll über 4 Leitungen übertragen werden. Anschließend soll wieder eine Dekodierung in den 1 aus 10-Kode erfolgen. Entwerfen Sie die erforderlichen Schaltungen (1 aus 10-Kode: nur 1 Bit mit "1" belegt).

18. Aufgabe

Modelleisenbahn II

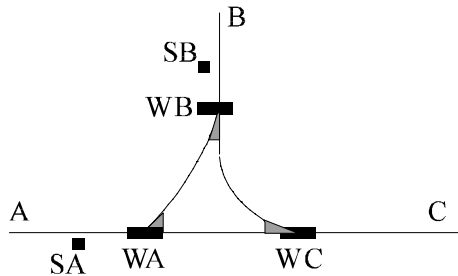
Drei Gleisabschnitte A, B und C führen auf ein Gleisdreieck, über das sie durch je eine Weiche WA, WB und WC verzweigt werden. Dadurch entstehen Verbindungen zwischen den Gleisabschnitten A und B, A und C sowie B und C. Vor der Weiche WA des Gleisabschnittes A steht ein Rot/Grün-Signal SA, vor der Weiche WB des Gleisabschnittes B steht ein Rot/Grün-Signal SB (Signale SA, SB mit 0=rot, 1=grün).

Züge verkehren in folgenden Richtungen: Von A nach B, von A nach C, von B nach C.

Die Signale SA und SB sind beide "Rot", wenn alle Gleisabschnitte nicht besetzt sind oder wenn Gleisabschnitt C nicht belegt ist. Eine Anforderung auf Signalumschaltung "Grün" entsteht, wenn Abschnitt A bzw. Abschnitt B mit einem

Zug besetzt ist.

Züge auf dem Gleisabschnitt B haben Vorrang vor Zügen auf dem Gleisabschnitt A. Für jeden Zug auf dem Gleisabschnitt A wird über eine Eingangsgröße RA festgelegt, in welche Richtung er weiterfahren soll ($RA = 0 \rightarrow$ Durchfahrt von $A \rightarrow B$).



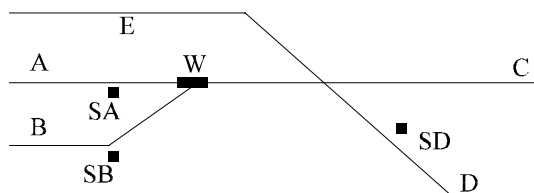
- Legen Sie die Eingangs- und Ausgangsgrößen des zugehörigen Steuersystems fest.
- Entwerfen Sie eine Schaltung unter Verwendung von NOR-Gattern.

19. Aufgabe

Modelleisenbahn III

Bei einer Modelleisenbahn führen zwei Gleisabschnitte A und B über eine Weiche W auf einen Gleisabschnitt C. Das Überfahren der Weiche wird durch Rot/Grün-Signale SA bzw. SB auf den Gleisabschnitten A bzw. B gesteuert. Die Gleise werden nur in einer Richtung befahren (von A nach C bzw. B nach C). Gleisabschnitt C wird von einem Gleisabschnitt E gekreuzt, auf dem parallel zum Abschnitt A Züge in entgegengesetzter Richtung wie auf Abschnitt A fahren. Auf den Gleisabschnitt E gelangen die Züge von einem Gleisabschnitt D, an dessen Ausgang sich ein Rot/Grün-Signal SD befindet.

Die Signale SA, SB und SD sind "Rot", wenn alle Gleisabschnitte unbesetzt sind oder wenn die Gleisabschnitte C oder E belegt sind. Die Anforderung auf Signalumschaltung "Grün" entsteht durch eine Gleisbesetzmeldung. Umschalten auf "Grün" erfolgt, wenn der betreffende Gleisabschnitt belegt ist, im Fall der Abschnitte A und B das Nachbargleis nicht belegt ist, der nächste Gleisabschnitt frei ist und die Kreuzung der Gleisabschnitte C und E frei ist. Sind beide Gleisabschnitte A und B belegt, hat der Zug auf A Vorrang vor dem auf B. A hat auch Vorrang vor einem Zug auf Abschnitt D. Ein Zug auf Abschnitt D hat Vorrang vor einem Zug auf Abschnitt B.



- Legen Sie die Eingangs- und Ausgangsgrößen des zugehörigen Steuersystems fest.
- Entwerfen Sie eine Schaltung unter Verwendung von NAND-Gattern.